**самостійна робота №**

**Тема:** Розв’язування прикладів на екстремуми функції.

Мета: отримувати знання за темою самостійно; сформувати поняття критичних точок функції, точок екстремуму, екстремумів функції

Тривалість: 2 год

**Література:**

Основна:

пiдручник для студентiв вищих навчальних закладiв I-II рiвнiв акредитацii МАТЕМАТИКА О.М.Афанасьева, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Слiпкань

Допоміжна:

МАТЕМАТИКА В.Т.Лiсiчкiн,I.Л.Соловейчик пiдручник для техникумiв

**План:**

1. алгоритм знаходження екстремумів функції;.

2. означення критичних точок, точок екстремуму, екстремумів функції,

необхідної і достатньої умов екстремуму

**Методичні рекомендації:**

сформувати вміння розв’язувати задачі, які передбачають використання цих понять, умов і алгоритму;

удосконалити знання означень критичних точок, точок екстремуму, екстремумів функції,

необхідної і достатньої умов екстремуму;

сформувати вміння застосовувати похідну до дослідження функцій та побудови графіків функцій

**Конспективний виклад питань**

**Локальний екстремум функції**

Точка  називається ***точкою максимуму (або мінімуму)*** функції , якщо існує такий окіл << цієї точки, який належить області визначення функції, і для всіх  з цього околу виконується нерівність < (або >).

Правило знаходження екстремумів (максимумів і мінімумів) за допомогою першої похідної:

1. знайти область визначення ;
2. знайти похідну ;
3. знайти критичні точки;
4. дослідити знак  на інтервалах, на які знайдені критичні точки ділять область визначення .

При цьому критична точка  є точкою мінімуму, якщо при переході через неї зліва направо  змінює знак з “-” на “+”,  є точкою максимуму, якщо  змінює знак з “+” на “-”.

1. обчислити значення функції в точках екстремуму (екстремуми).

**Знайти екстремуми функцій.**

1. .

1) Область визначення .

2) .

3) Критичні точки:

.

 існує для всіх .

4) Знаки :



**-2**

**2**

+

+

-

При переході через точку  похідна змінює знак з « + » на « - », отже  - точка максимуму. При переході через точку  похідна змінює знак з « - » на « + », тому  - точка мінімуму.

5) . .

2. .

1) Область визначення функції .

2) .

3) Критичні точки:

 або , звідки .

 існує для всіх .

4) Знаки :



**-2**

**2**

-

-

+

При переході через точку  похідна змінює знак з « - » на « + », тому точка  є точкою мінімуму. При переході через точку  похідна змінює знак з « + » на « - ». Отже, точка  є точкою максимуму.

5) ; .

**Питання для самоконтролю:**

означення критичних точок,

точок екстремуму,

екстремумів функції,

необхідної і достатньої умов екстремуму;

**Додаткові матеріали:**

**Зростання і спадання функції**

Функція **** називається ***зростаючою*** на інтервалі **,** якщо для будь-яких  і , що належать до цього інтервалу, і таких, що <, справджується нерівність <.

Функція  називається ***спадною*** на інтервалі , якщо для будь-яких  і , що належать до цього інтервалу, і таких, що **<,** справджується нерівність >.

Як зростаючі, так і спадні функції називаються ***монотонними***, а інтервали, в яких функція зростає або спадає – ***інтервалами монотонності***.

Зростання і спадання функції  характеризується знаком її похідної: якщо у деякому інтервалі >, то функція зростає в цьому інтервалі; якщо ж <, то функція спадає в цьому інтервалі.

Інтервали монотонності можуть відділятися один від одного або точками, де похідна дорівнює нулю, або точками, де похідна не існує. Ці точки називаються ***критичними точками***.

Отже, щоб знайти інтервали монотонності функції , треба:

1. знайти область визначення функції;
2. знайти похідну даної функції;
3. знайти критичні точки з рівняння  та за умови, що  не існує;
4. розділити критичними точками область визначення на інтервали і у кожному з них визначити знак похідної.

На інтервалах, де похідна додатна, функція зростає, а де від’ємна – спадає.

**Знайти інтервали монотонності функції.**

1. .

1. Область визначення .
2. .
3. Критичні точки:

 або , звідки .

Похідна існує на всій області визначення.

4) Знаки похідної:





**0**

**4**

**+**

**+**

**-**

Функція зростає на інтервалах  і . Функція спадає на інтервалі .