**самостійна робота №**

**Тема:** Повний диференціал. Часткові похідні вищих порядків

Мета: набути навички і вміння знаходити повного диференціалу, та часткових похідних вищого порядку. отримувати знання за темою самостійно; відпрацювати основні навички, прийоми розв’язань; засвоїти уміння самостійно використовувати знання, навички,

Тривалість: 2 год

**Література:**

Основна:

пiдручник для студентiв вищих навчальних закладiв I-II рiвнiв акредитацii МАТЕМАТИКА О.М.Афанасьева, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Слiпкань

Допоміжна:

МАТЕМАТИКА В.Т.Лiсiчкiн,I.Л.Соловейчик пiдручник для техникумiв

**План:**

Повний диференціал функції.

Знаходження повного диференціала

Поняття похідної вищих порядків

Знаходження другої похідної

**Методичні рекомендації:**

ввести поняття похідної вищих порядків,

формування умінь у знаходженні похідних другого порядку потім вищих порядків;

**Конспективний виклад питань:**

**Повний диференціал функції.**

Повний приріст функції  визначається за формулою

                           ,                                      **(2.1)**

де   і  - прирости незалежних змінних.

***Повним диференціалом***функції  називається головна лінійна відносно  і  частина приросту функції, яка обчислюється за формулою

                                      ,                                                    **(2.2)**

де , .

Для наближеного обчислення значення функції двох змінних користуються  наближеною рівністю

              .               **(2.3)**

         Ця наближена рівність тим точніша, чим менше величини  і .

Нехай  - функція двох змінних  і , кожна з яких, в свою чергу, є функцією незалежної змінної : , . Тоді функція  є ***складеною функцією змінної ***.

Похідну цієї функції знаходять за формулою

                                       .                                                 **(2.4)**

Зокрема, якщо  , а , то

                                                .                                                      **(2.5)**

Нехай  - функція двох змінних  та , які також залежать від змінних  та : , . Тоді функція  є ***складеною функцією незалежних змінних *** та , а її частинні похідні по цим змінним обчислюються за формулами:

                                                **(2.6)**

***Зразки розв’язування задач***

1.**Знайти повний диференціал функцій:**

а) .

            Знайдемо частинні похідні:

;   .

За формулою (2.2) будемо мати:

.

б) .

;   .

Отже, .

в) .

;   . Будемо мати: .

г) .

;

.

Тоді отримаємо:

.

2.**Обчислити наближено за допомогою повного диференціала: .**

     Розглянемо    функцію   ,   тоді     ;    .  Покладемо, що , , обчислимо ,       . Тоді  . Знаходимо частинні похідні і їх значення в точці , а саме

,  тоді  ;

,  тоді  .

Повний диференціал

.

Користуючись формулою (2.3), отримаємо: , а саме: .

 **Частинні похідні вищих порядків.**

Якщо задано функцію  і обчислені її частинні похідні  і , то вони також є функціями незалежних змінних  і , а тому від кожної із них можна обчислити похідні як по змінній  так і по змінній .

Частинні похідні від частинних похідних першого порядку називаються ***частинними похідними другого порядку***. Вони позначаються:

,          ,

,         .

Аналогічно означаються і позначаються частинні похідні вищих порядків.

Частинні похідні, які відмінні одна від одної лише порядком диференціювання, називаються ***мішаними похідними***. Вони є рівними між собою при умові їх неперервності, тобто .

***Похідна від неявної функції***, яку задано рівнянням  може бути обчислена за формулою:

                                            .                                                         **(2.7)**

***Частинні похідні неявної функції*** , заданої рівнянням , можуть бути обчисленні за формулами:

                                ,        .                                           **(2.8)**

***Задача***

2.**Знайти частинні похідні другого порядку:**

а) .

             Знайдемо  перші похідні:

        ,    .

   Знайдемо другі похідні:

        ,   ,

       ,   .

б) .

         ,   ;

         ,   ,

         ,     .

в) .

          ,    ;

          ,

         ,

         

**Питання для самоконтролю:**

1) Правило знаходження похідної другого порядку.

2) Механічний зміст похідної другого порядку.

3) Похідна n-го порядку.

**Додаткові матеріали:**

**Похідні вищих порядків**
**1. Правило знаходження похідної другого порядку**
***Похідна другого порядку*** це є похідна першого порядку від похідної першого порядку, тобто .

Похідна другого порядку позначається одним із таких символів: .
Правило знаходження похідної другого порядку:

***Щоб знайти від функції******похідну другого порядку, треба знайти спочатку від цієї функції похідну першого порядку******, а потім від похідної******знайти ще похідну першого порядку.***
**^ 2. Механічний зміст похідної другого порядку**
***Механічний зміст похідної другого порядку:*** похідна другого порядку дорівнює прискоренню рухомої точки в даний момент часу.
**^ 3. Похідна n-го порядку**
***Похідною n-го порядку***, або n-ю похідною називається похідна першого порядку, якщо вона існує, від похідної (n-1)-го порядку, і позначається одним із символів: , .
Отже, згідно з означенням похідної n-го порядку, маємо таку рівність: =, звідси випливає ***правило знаходження похідної n-го порядку***, а саме, щоб знайти похідну n-го порядку, треба функцію  про диференціювати послідовно n раз.