**самостійна робота №**

**Тема:** Властивості невизначеного інтеграла .

Мета: узагальнити та систематизувати теоретичні знання з теми, набути навичок і вмінь обчислювати невизначені інтеграли методом безпосереднього інтегрування, методом заміни змінної, методом інтегрування за частинами.

Тривалість: 2 год

**Література:**

Основна:

пiдручник для студентiв вищих навчальних закладiв I-II рiвнiв акредитацii МАТЕМАТИКА О.М.Афанасьева, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Слiпкань

Допоміжна:

МАТЕМАТИКА В.Т.Лiсiчкiн,I.Л.Соловейчик пiдручник для техникумiв

**План:**

Поняття первісної та невизначеного інтеграла.

- Властивості невизначеного інтеграла.

- Таблиця інтегралів.

- Метод безпосереднього інтегрування.

- Метод заміни змінної у невизначеному інтегралі.

- Метод інтегрування за частинами.

**Методичні рекомендації:**

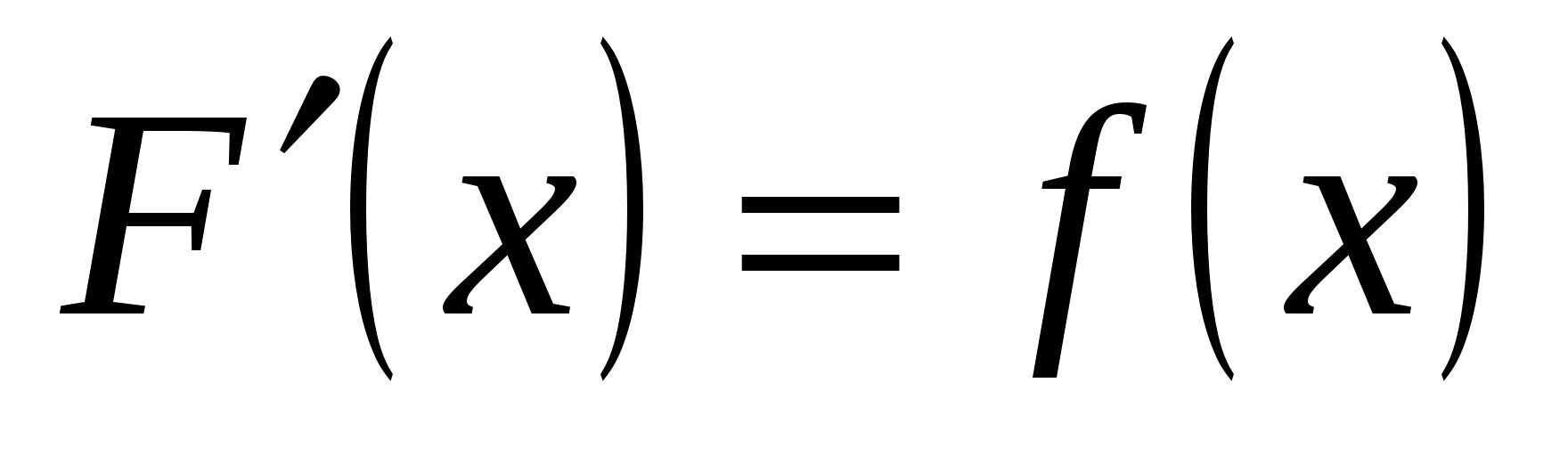
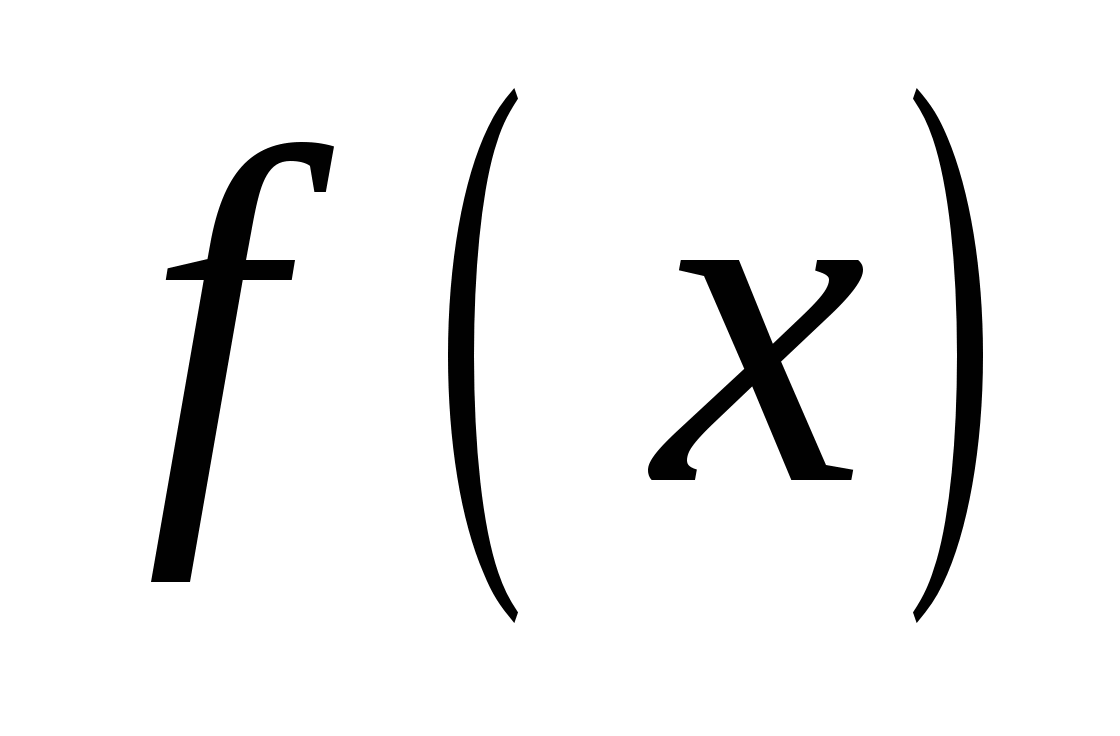
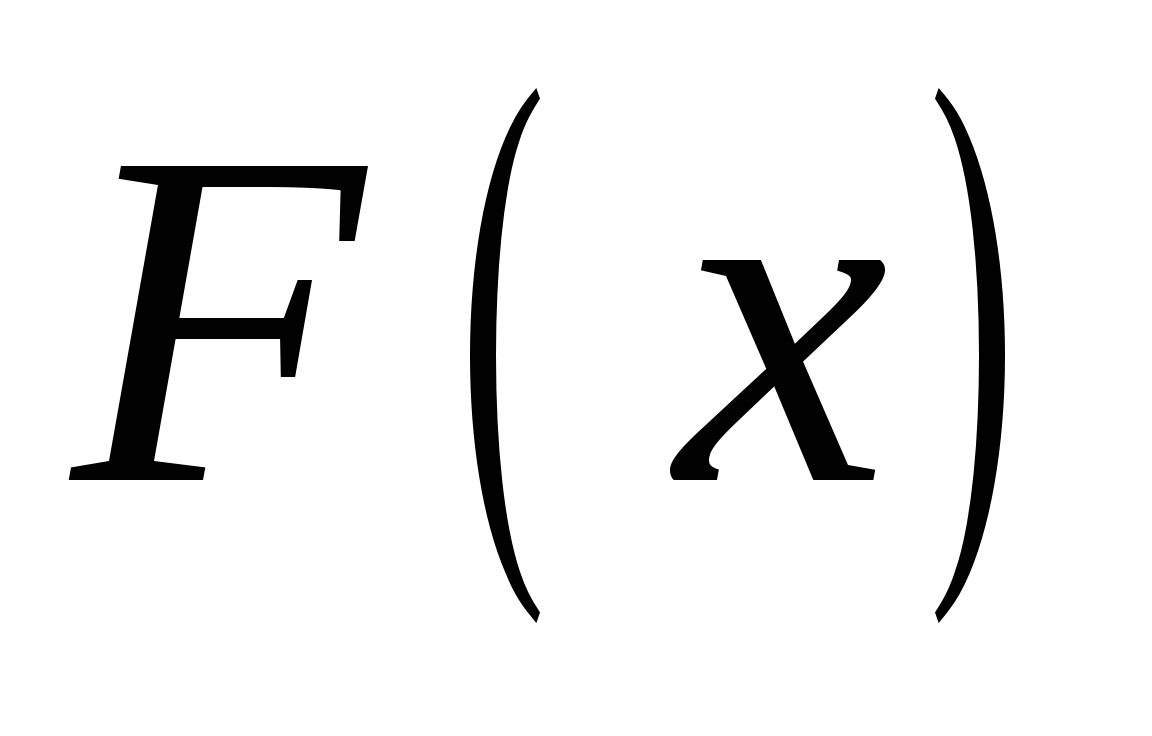
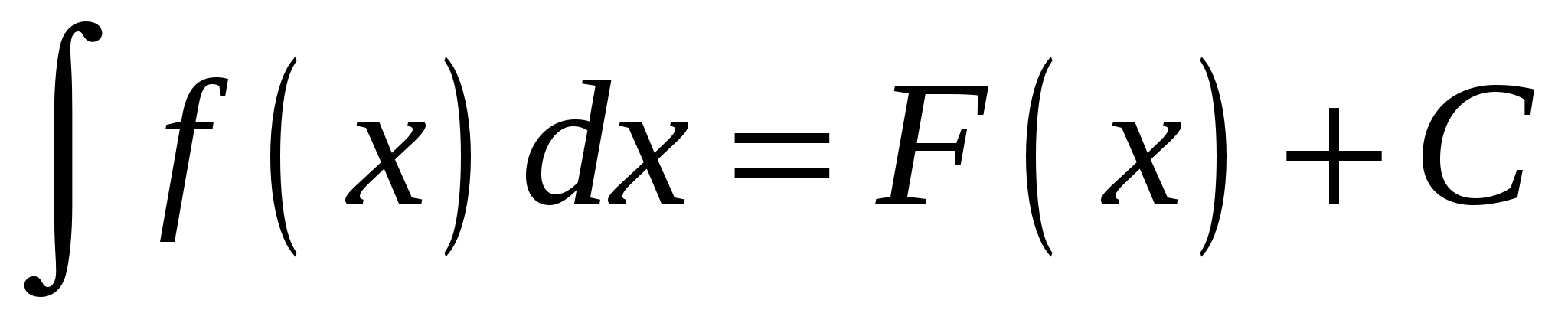
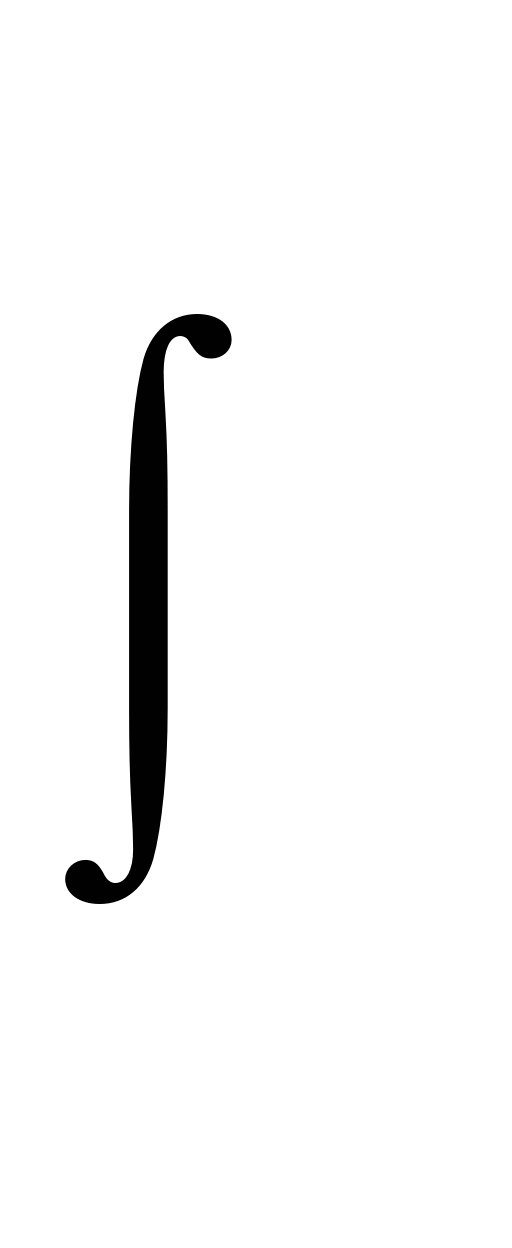
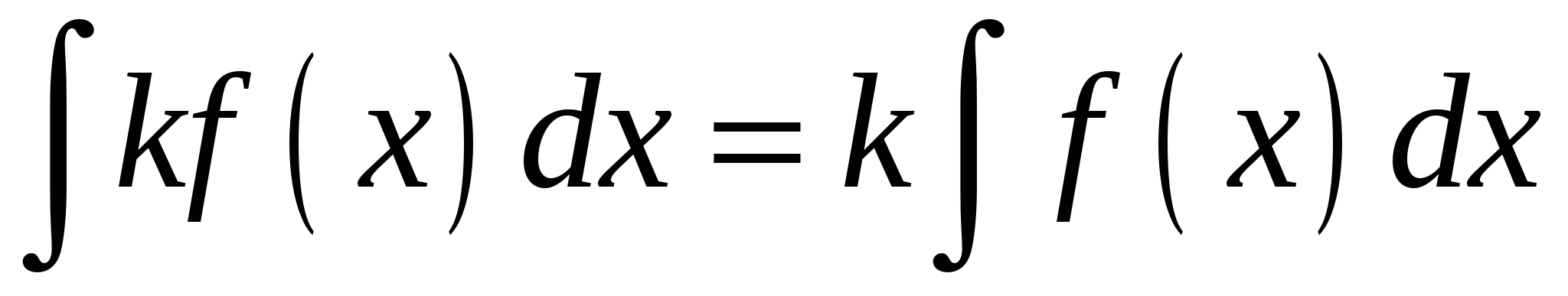
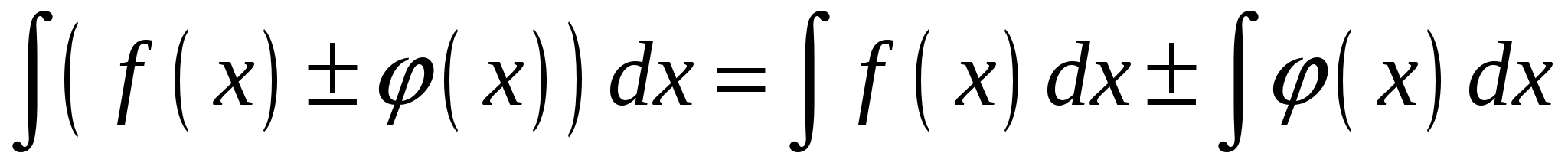
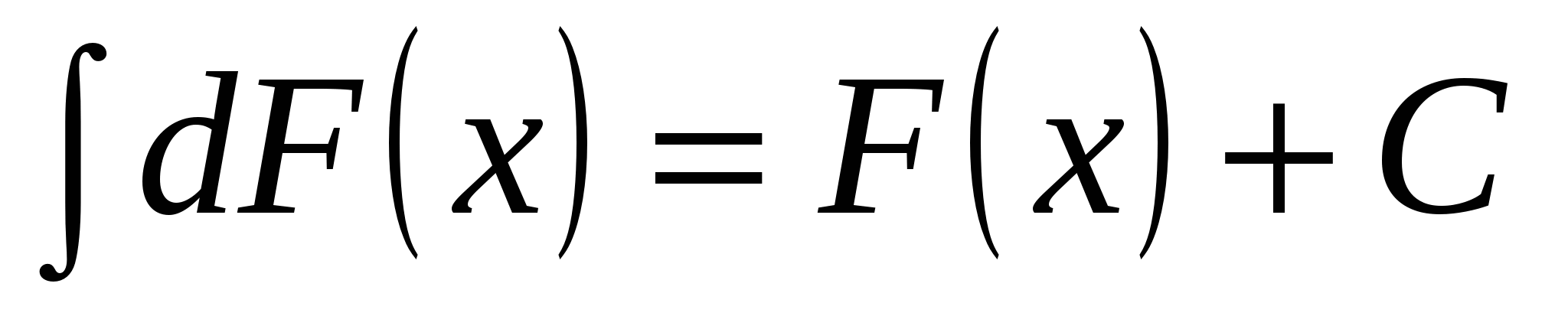
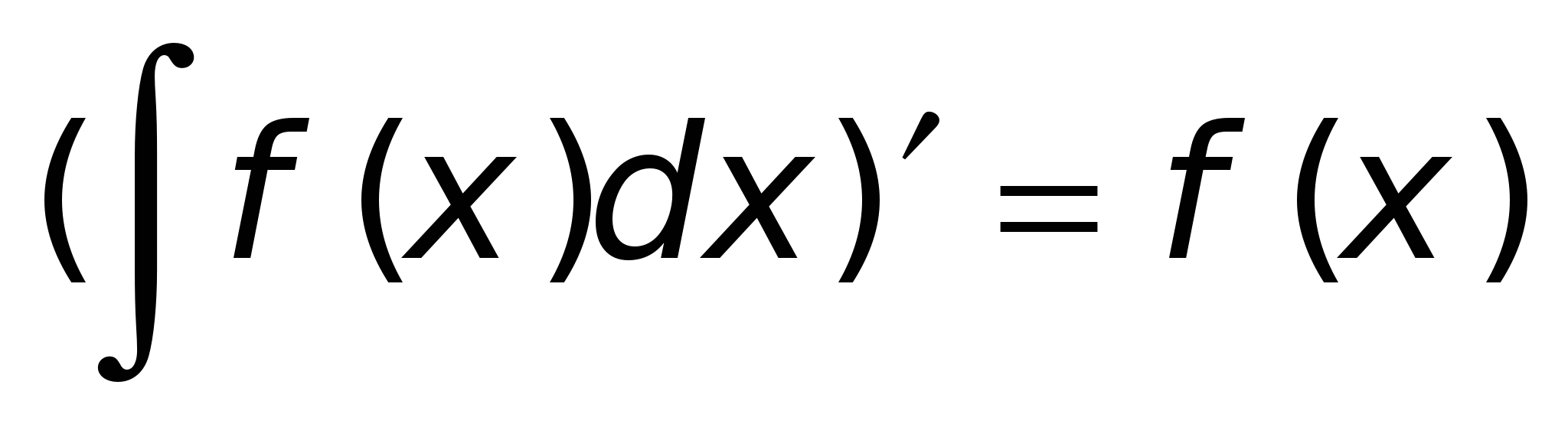
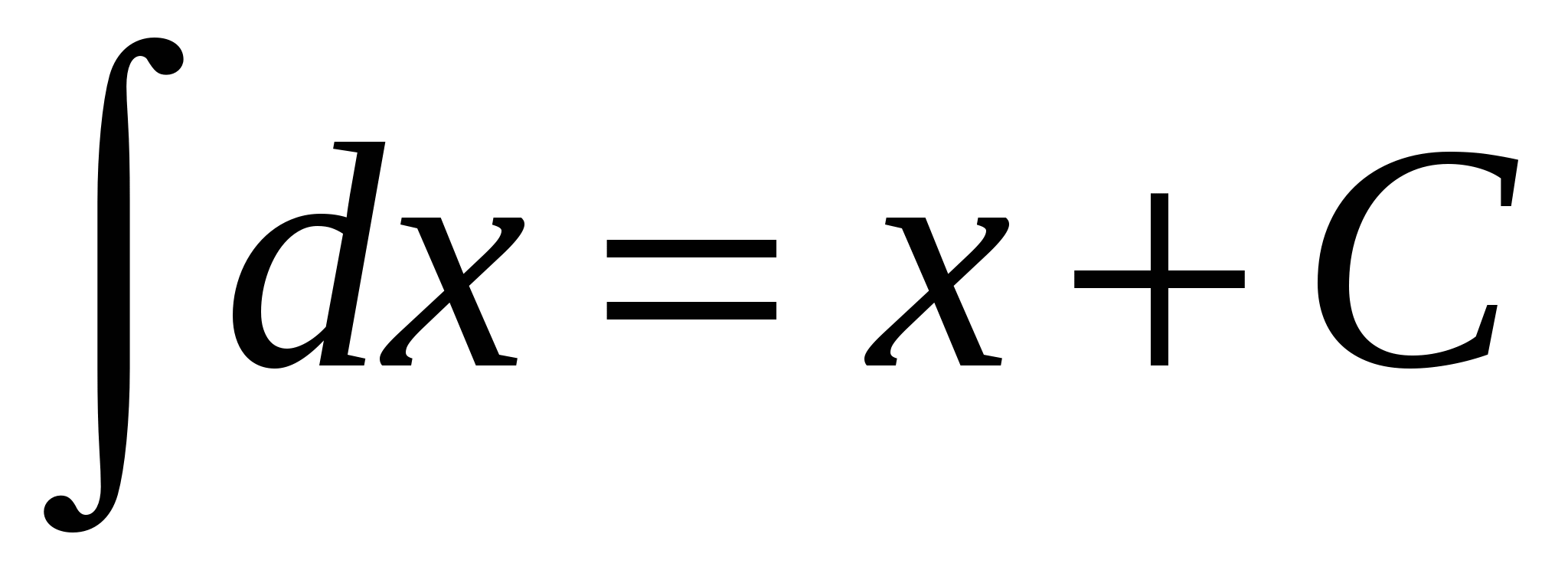
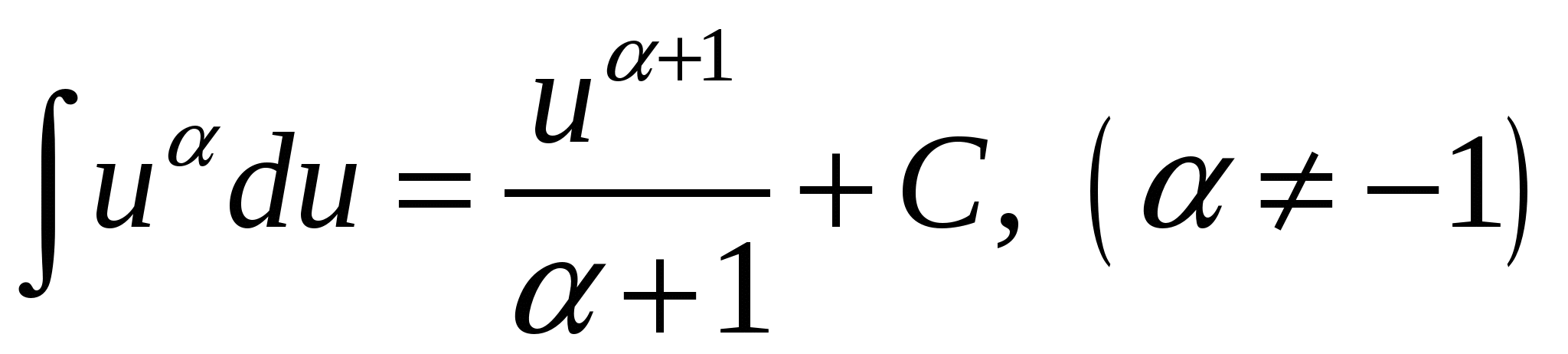
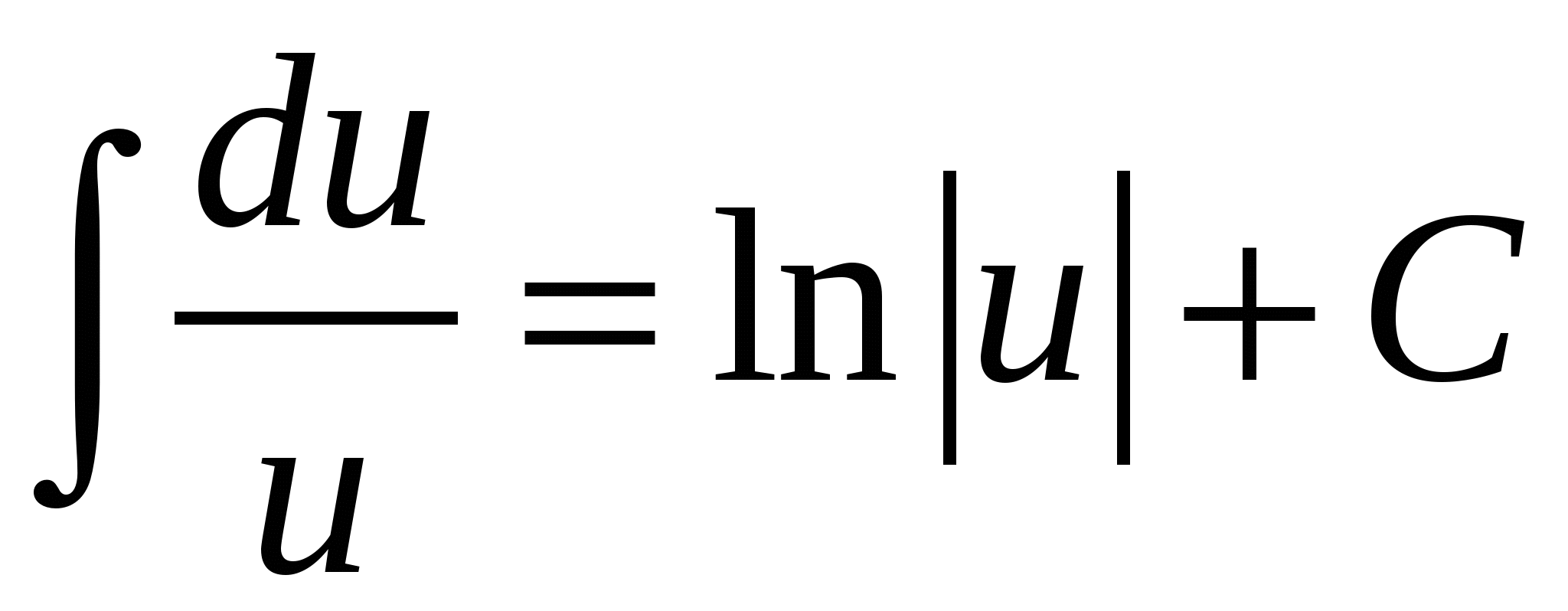
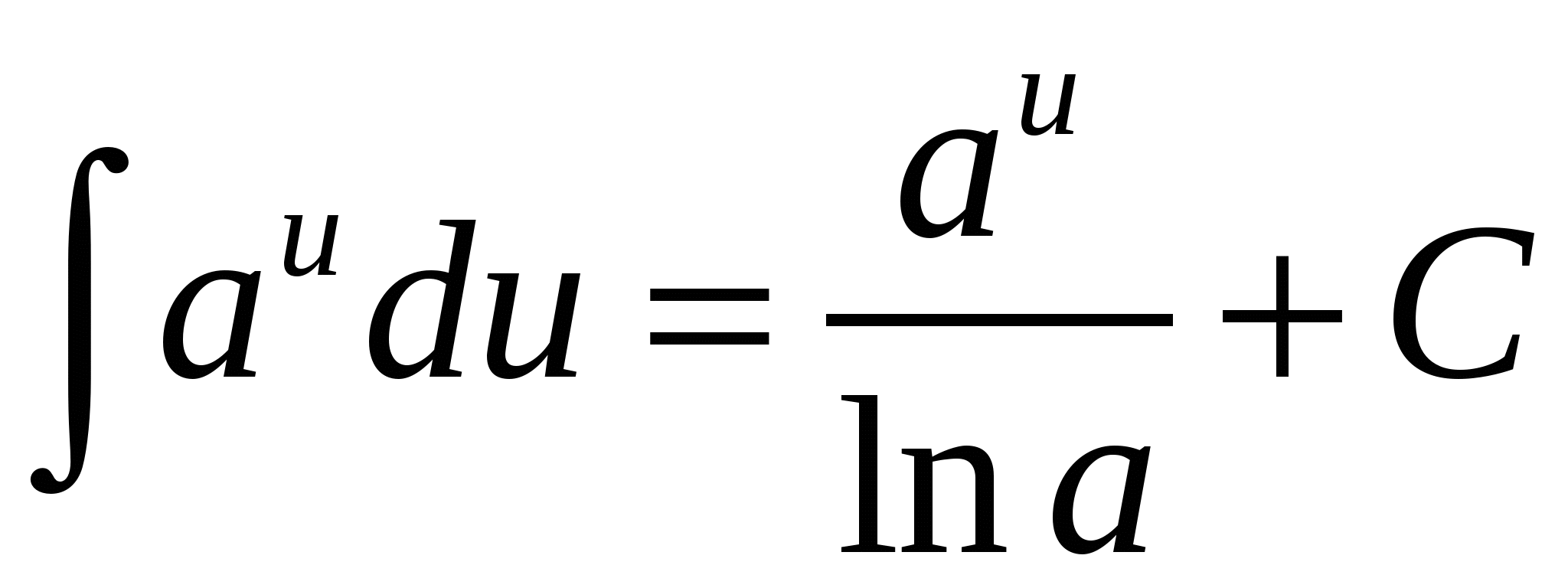
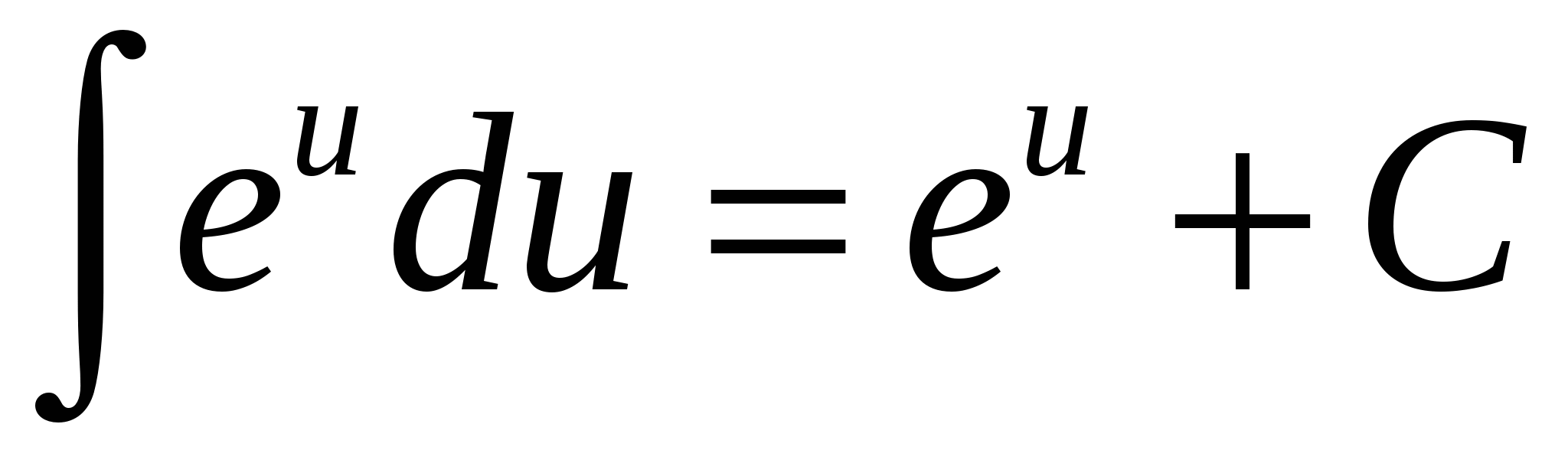
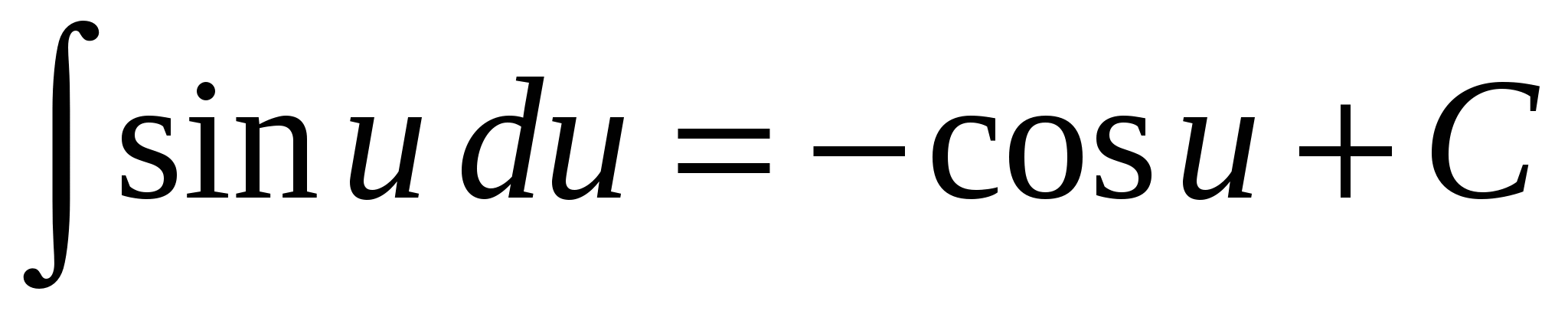
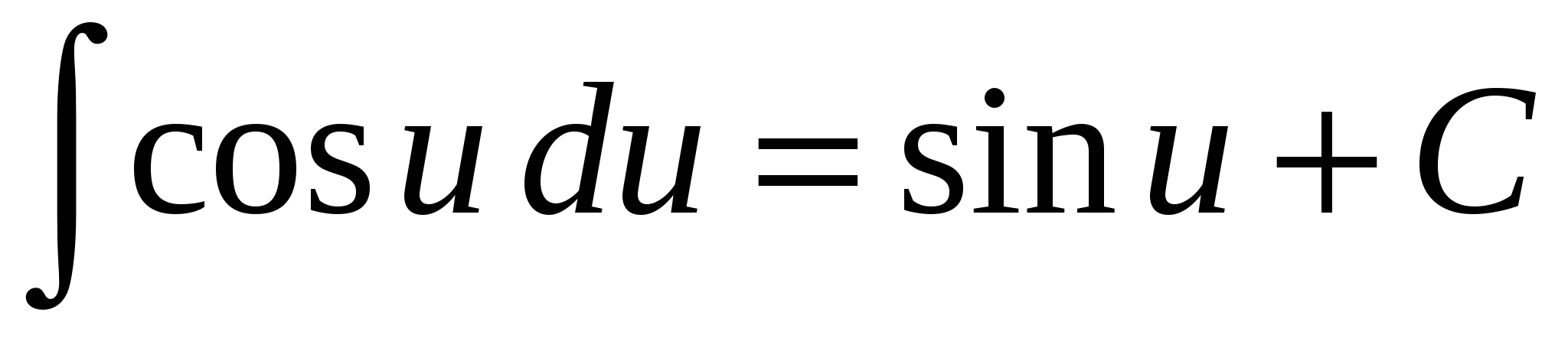
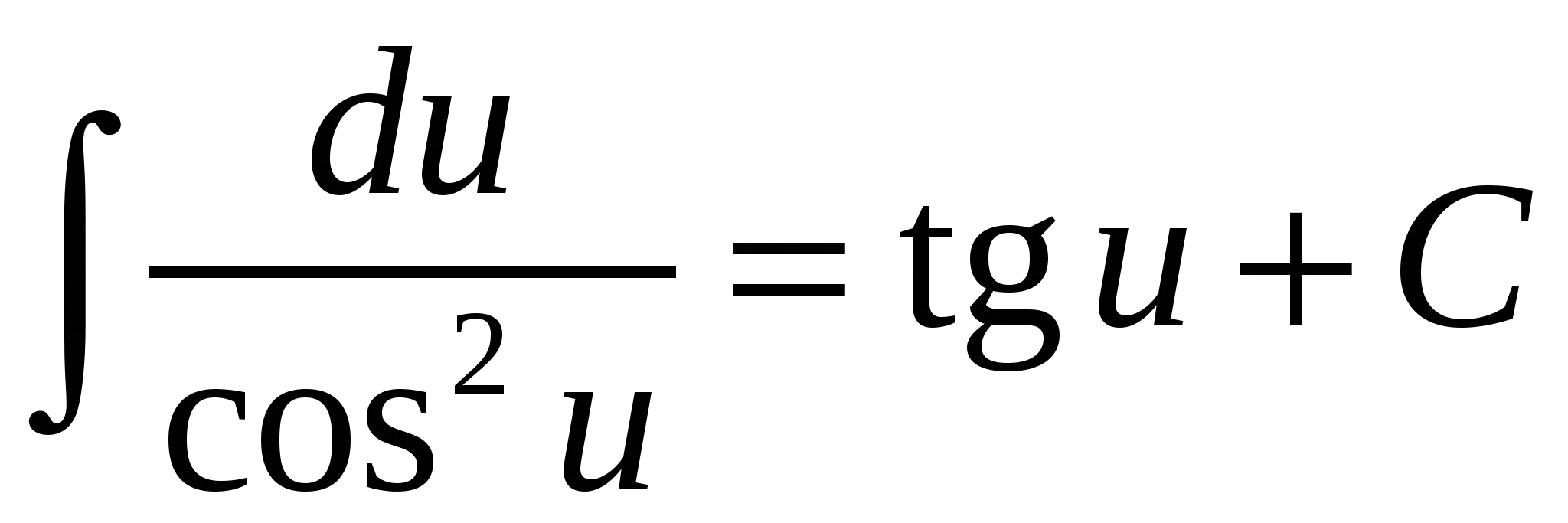
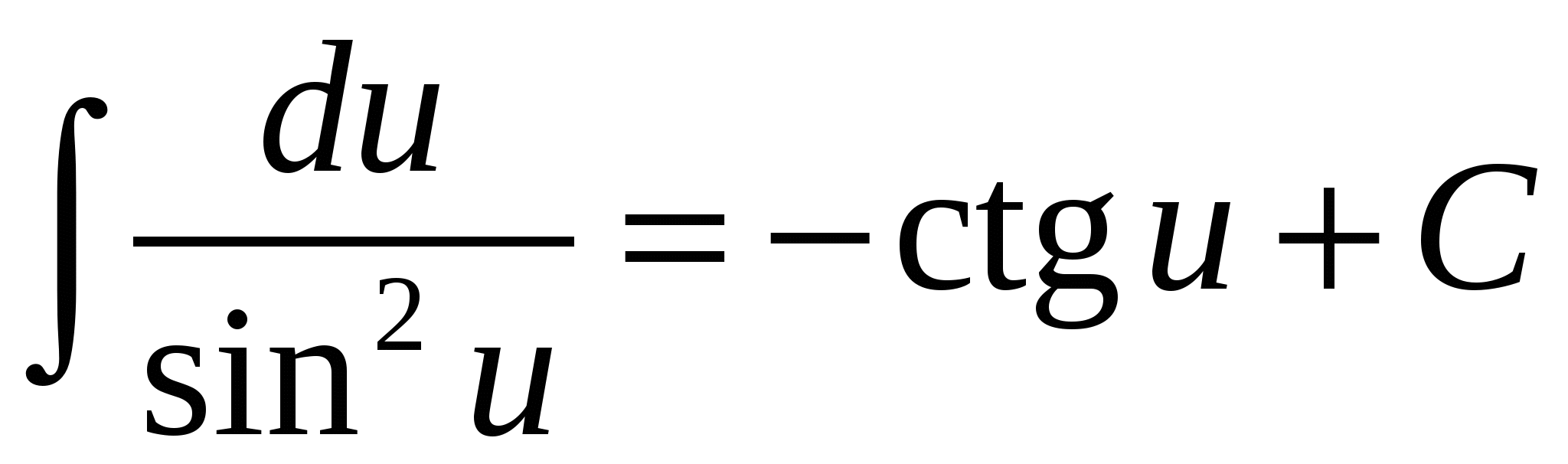
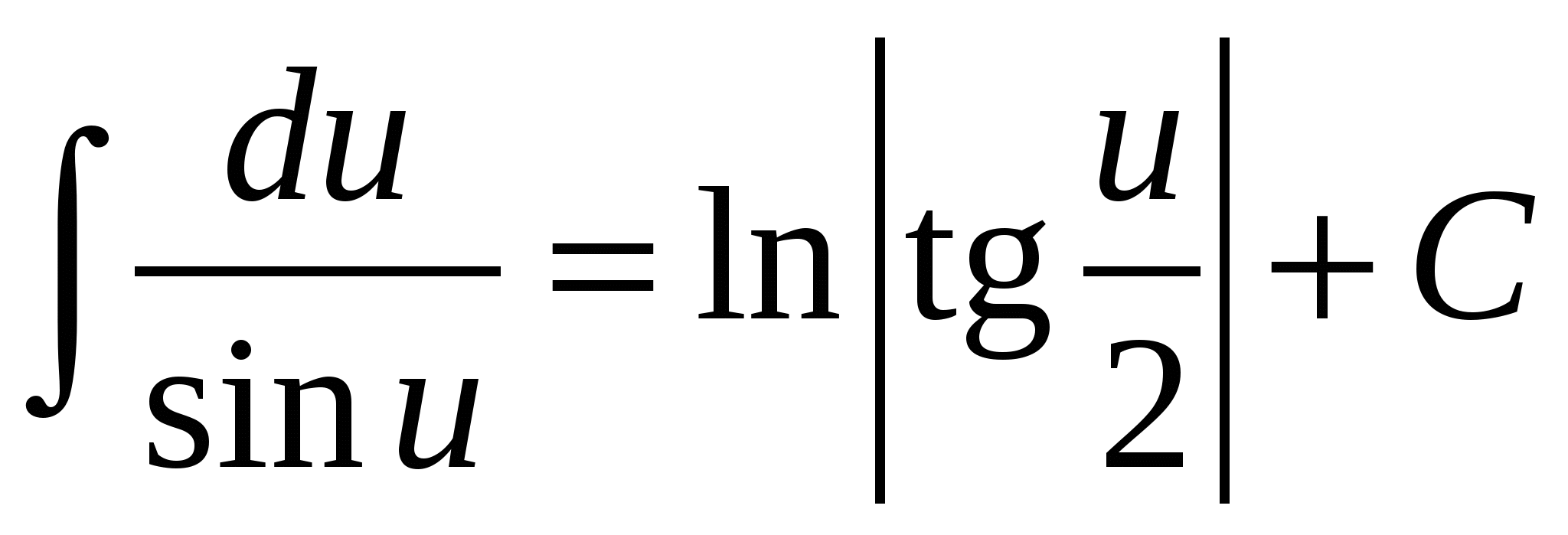
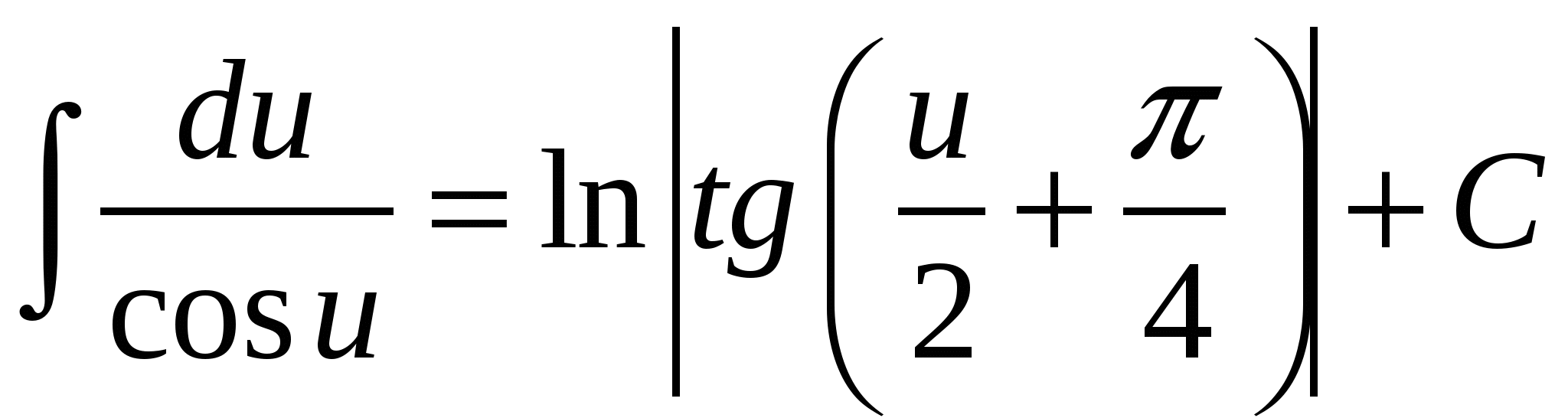
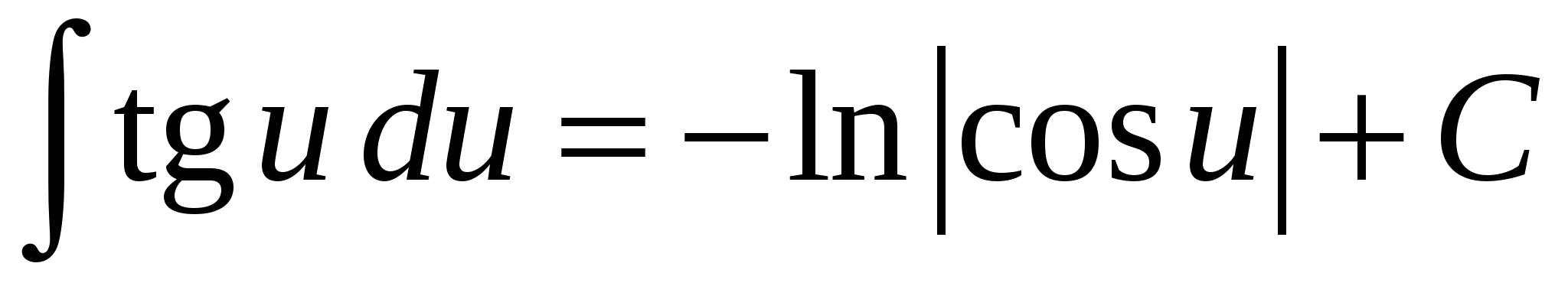
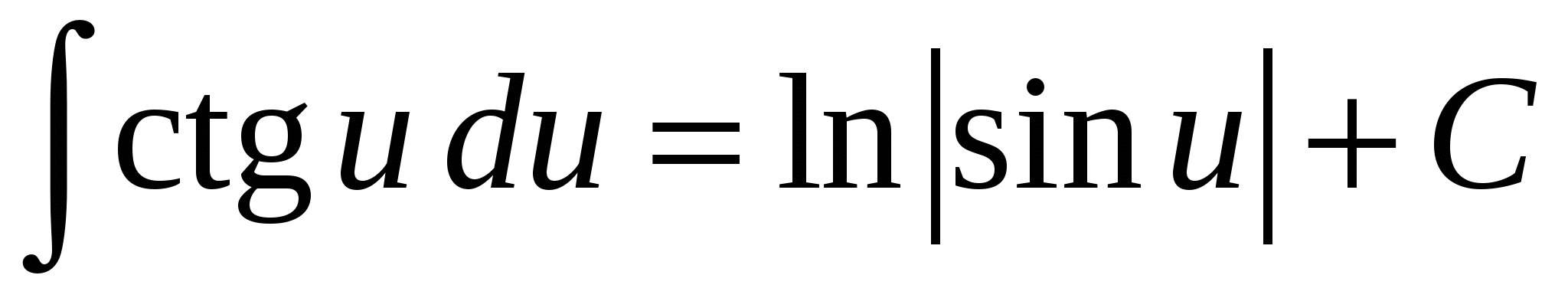
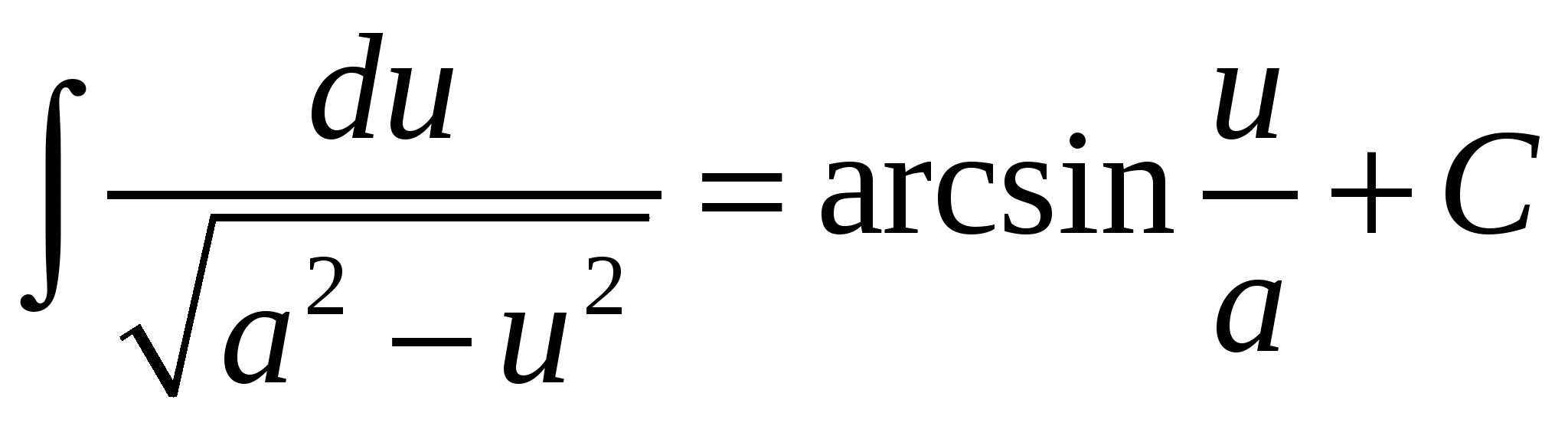
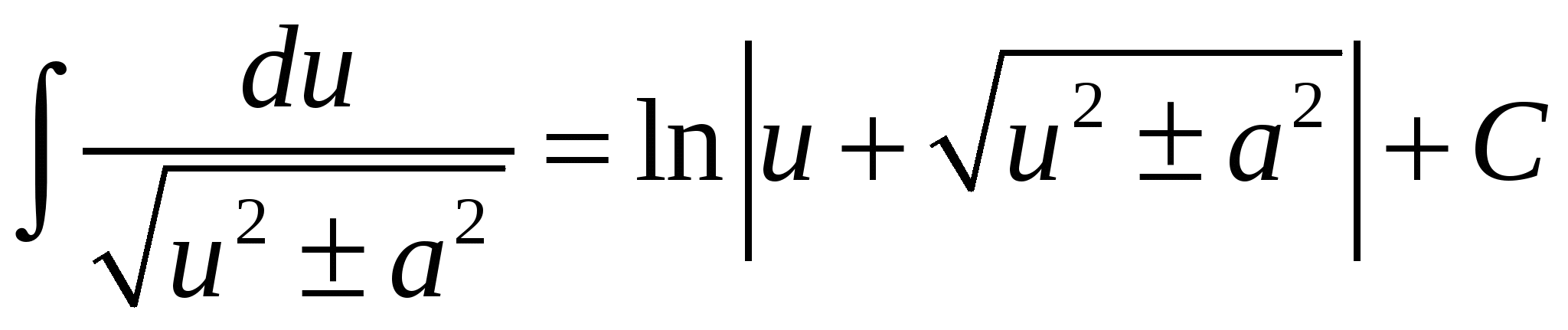
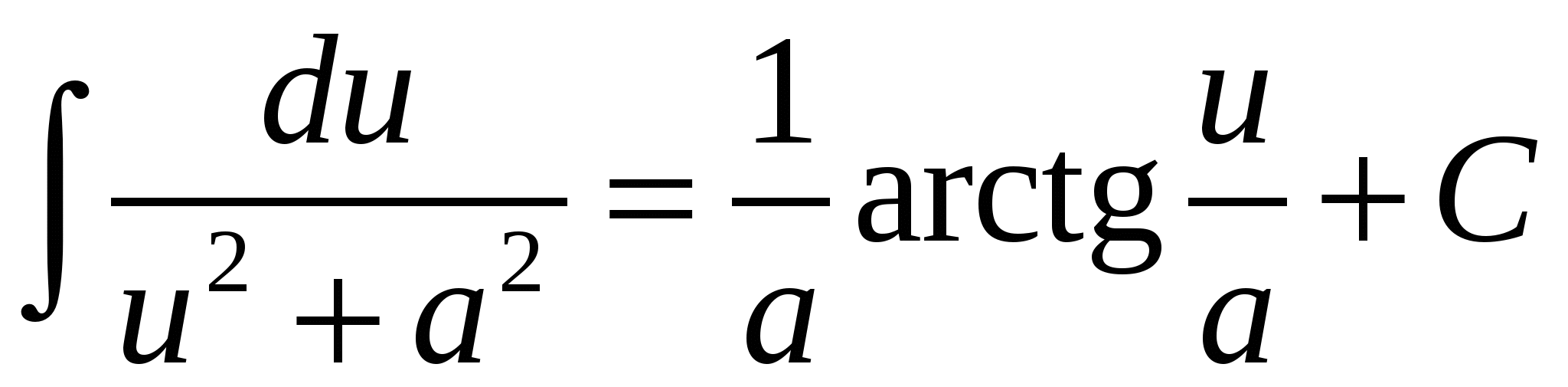
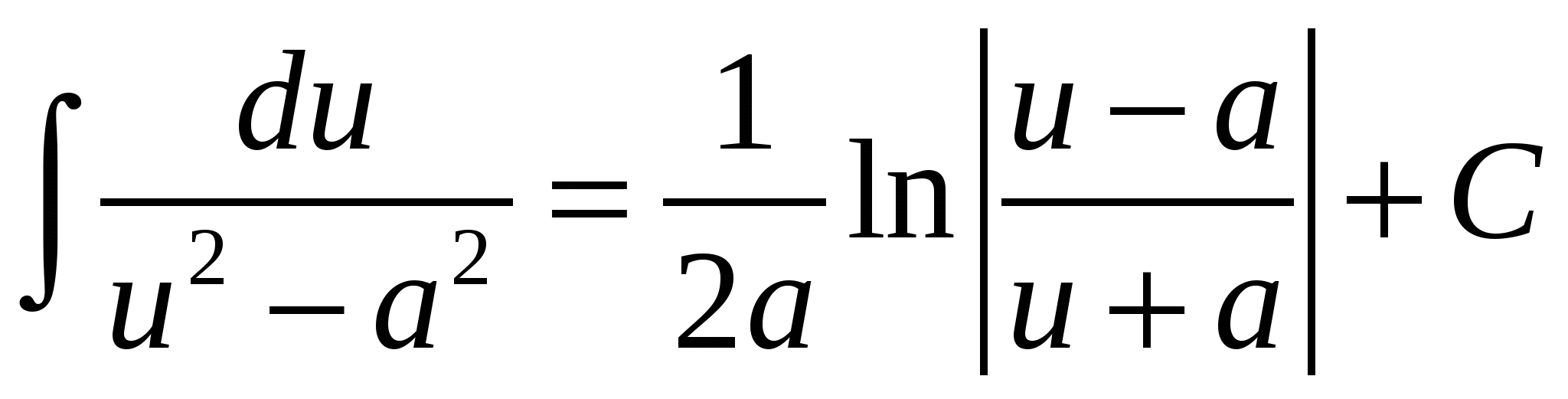
1. Обчислення інтегралів методом безпосереднього інтегрування.

Знаходження умовних екстремумів.

2. Обчислення інтегралів методом заміни змінної.

3. Обчислення інтегралів методом інтегрування за частинами.

**Конспективний виклад питань:**

**1. Первісна та невизначений інтеграл.**  
В багатьох практичних задачах необхідно по заданій похідній відновити первісну функцію.  
  
Означення. Функція *F*(*x*) називається первісною для функції *f*(*x*) на проміжку (*а*; *b*), , якщо на цьому проміжку .  
  
Операція знаходження первісних для функції *f*(*x*) називається інтегруванням*f*(*x*).  
**Означення:**Невизначеним інтегралом для неперервної функції  називають множину всіх первісних функцій  і позначають  
  
  
  
де:  
  
 — знак невизначеного інтеграла;  
  
*f*(*x*) — підінтегральна функція;  
  
*f*(*x*) *dx*— підінтегральний вираз;  
  
*dx* — диференціал змінної інтегрування**.**  
  
  
**^ 2. Основні властивості невизначеного інтеграла.**  
**1) ;**  
  
**2) ;**  
  
**3) ;**  
  
**4) .**  
  
**3. Таблиця невизначених інтегралів.**  
  
**1. ;**  
  
**2. ;**  
  
**3. ;**  
  
**4. ;**  
  
**5. ;**  
  
**6. ;**  
  
**7. ;**  
  
**8. ;**  
  
**9. ;**  
  
**10. ;**  
  
**11. ;**  
  
**12. ;**  
  
**13. ;**  
  
**14. ;**  
  
**15. ;**  
  
**16. ;**  
  
**17.**

**Питання для самоконтролю:**

1. Первісна та невизначений інтеграл.

2. Основні властивості невизначеного інтеграла.

3. Таблиця невизначених інтегралів.

**Додаткові матеріали:**

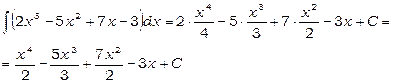
**Приклади 1.** Знайти невизначені інтеграли

1) http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image098.gif.

Використовуючи властивості 4 і 5, одержуємо

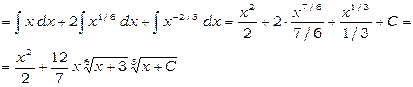
http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image100.gif.

До перших трьох інтегралів правої частини застосуємо формулу 2, а до четвертого інтеграла - формулу 1:



2) http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image104.gif.

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image106.gif



3) http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image110.gif

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image112.gif.

Нагадаємо останню властивість невизначеного інтеграла. Вигляд формули інтегрування залишається незмінним незалежно від того, буде змінна інтегрування незалежною змінною чи деякою диференційованою функцією; тобто, якщо http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image031.gif, то http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image115.gif. Ця властивість дозволяє значно розширити таблицю основних інтегралів за допомогою прийому ***введення функції під знак диференціалу***.

**Приклади 2.** Знайти інтеграли

1) http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image117.gif.

Цей інтеграл можна привести до формули 2, перетворивши його таким чином:

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image119.gif.

Зараз змінною інтегрування є вираз 1+*x*2 і відносно цієї змінної маємо інтеграл від степеневої функції. Отже,

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image121.gif.

2) http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image123.gif.

Робимо те ж саме, що й у попередньому прикладі:

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image125.gif.

3) http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image127.gif.

Вираз http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image129.gifможна записати як http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image131.gif, тому

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image133.gif.

4) http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image135.gif.

Заданий інтеграл можна представити як

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image137.gif,

але 3sin *x dx*= - *d*(3cos *x*), а тому

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image139.gif,

тобто змінною інтегрування є 3cos *x.* Отже, інтеграл береться за формулою 6:

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image141.gif.

5) http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image143.gif.

Знаходимо

http://oplib.ru/image.php?way=oplib/baza5/499427197598.files/image145.gif