**самостійна робота №**

**Тема:** Інтегрування раціональних дробів. Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій. .

Мета: узагальнити та систематизувати теоретичні знання з теми, набути навичок і вмінь інтегрування раціональних дробів, інтегрування тригонометричних функцій, інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.

Тривалість: 2 год

**Література:**

Основна:

пiдручник для студентiв вищих навчальних закладiв I-II рiвнiв акредитацii МАТЕМАТИКА О.М.Афанасьева, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Слiпкань

Допоміжна:

МАТЕМАТИКА В.Т.Лiсiчкiн,I.Л.Соловейчик пiдручник для техникумiв

**План:**

Інтегрування раціональних дробів.

Інтегрування тригонометричних функцій.

Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.

**Методичні рекомендації:**

1. Повторити виділення цілої частини

2. Повторити метод заміни змінної у невизначеному інтегралі, метод інтегрування за частинами

3. інтегрування раціональних дробів, інтегрування тригонометричних функцій, інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.

**Конспективний виклад питань:**

**Означення.** Раціональним дробом називається дріб вигляду , де Р(х) та Q*(х) -* многочлени. Раціональний дріб називається правильним, коли степінь *Р(х)* нижчий степеня Q*(х),* в протилежному випадку дріб називається неправильним. У неправильному дробі завжди можна виділити цілу частину і зобразити його у вигляді суми многочлена та правильного раціонального дробу. Кожний правильний дріб розкладається на суму елементарних раціональних дробів типу:

 (m – ціле число, m > 1),

 (n – ціле число, n > 1, квадратний тричлен х2+ рх +q не має дійсних коренів).

Такий розклад є єдиний, але методи розкладу різноманітні, з яких найбільш уживаний метод невизначених коефіцієнтів. Цей метод ґрунтується на наступному:

1) якщо задано неправильний раціональний дріб, треба виділити з нього цілу частину, тобто привести до вигляду:

= де М(х) – многочлен, а - правильний раціональний дріб;

2) розкласти знаменник дробу на прості множники першого та другого степеня:

де < 0, тобто тричлен не має дійсних коренів;

3) правильний раціональний дріб розкласти на суму елементарних:





обчислити невизначені коефіцієнти А1, А2,…, Аm,…, В1, С1, В2, С2,…, Вn, Сn,…; для цього привести останню рівність до спільного знаменника, а потім порівняти коефіцієнти при однакових степенях *х* в лівій і правій частинах одержаної тотожності та розв’язати систему лінійних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів. Ці невідомі коефіцієнти можна знайти іншим способом, надаючи в одержаній тотожності змінній *х* довільних числових значень. В багатьох випадках корисно використовувати обидва способи обчислення невідомих коефіцієнтів.

4) Розглянемо інтегрування елементарних раціональних дробів:





<0.

Спочатку виділяють в чисельнику дробу похідну знаменника, тобто чисельник записують в вигляді:

Тоді:



В першому інтегралі чисельник є похідною знаменника, тому



Перш ніж знайти другий інтеграл, треба перетворити квадратний тричлен в знаменнику, виділивши повний квадрат:



Тоді другий інтеграл зводиться до табличного арктангенса, або “високого” логарифма.

**Приклад 1.** Знайти інтеграл: .









**Зауваження.** Якщо квадратний тричлен має вигляд (*ax2+bx+c*), тоді його треба перетворити так:

і звести знаходження інтеграла до розглянутого раніше інтеграла .

****

****

**Інтегрування деяких тригонометричних функцій**.

Інтеграли типу зводяться до інтегралів від раціональних функцій за допомогою універсальної підстановки 

Тоді

 

**Приклад 4**. Знайти інтеграл: .







Слід зауважити, що універсальна підстановка в багатьох випадках веде до складних обчислень, тому на практиці здебільшого застосовують інші підстановки, за допомогою яких швидше можна знайти інтеграл, а саме:

а) якщо - непарна функція відносно , тобто якщо то приймають *cos x = t*;

б) якщо - непарна функція відносно , тобто якщо то приймають *sin x = t*;

в) якщо - парна функція відносно і , тобто якщо то приймають *tg x = t.*

**Основні властивості невизначеного інтеграла.**
**1) ;**

**2) ;**

**3) ;**

**4) .**

**Таблиця невизначених інтегралів.**

**1. ;**

**2. ;**

**3. ;**

**4. ;**

**5. ;**

**6. ;**

**7. ;**

**8. ;**

**9. ;**

**10. ;**

**11. ;**

**12. ;**

**13. ;**

**14. ;**

**15. ;**

**16. ;**

**17.**

**Питання для самоконтролю:**

1.Інтегрування раціональних дробів.

2.Інтегрування тригонометричних функцій.

3.Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.

**Додаткові матеріали:**

Інтегрування найпростіших ірраціональних функцій.

а) Інтеграли типу де R - раціональна функція, m1, n1, m2, n2, …- цілі числа, зводяться до інтегралів від раціональних функцій підстановкою де s – спільний знаменник показників степенів 

Приклад 3. Знайти інтеграл: .

Спільний знаменник дробів , дорівнює s = 6. Застосовуємо підстановку *3+2х = t6*звідки тоді , 

Отже,

 

.