**самостійна робота №**

**Тема:** Основні властивості визначеного інтеграла

Мета: узагальнити та систематизувати теоретичні знання з теми «Визначений інтеграл, його властивості та методи обчислення», набути навичок і вмінь обчислювати визначені інтеграли різними методами

Тривалість: 2 год

**Література:**

Основна:

пiдручник для студентiв вищих навчальних закладiв I-II рiвнiв акредитацii МАТЕМАТИКА О.М.Афанасьева, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Слiпкань

Допоміжна:

МАТЕМАТИКА В.Т.Лiсiчкiн,I.Л.Соловейчик пiдручник для техникумiв

**План:**

- Властивості визначеного інтеграла.

- Формула Ньютона-Лейбніца.

- Методи обчислення визначених інтегралів.

- Застосування визначеного інтеграла в геометрії та фізиці.

- Застосування визначеного інтеграла в економіці.

**Методичні рекомендації:**

1. Обчислення визначених інтегралів за формулою Ньютона-Лейбніца,

методом заміни змінної та методом інтегрування за частинами.

2. Фізичні застосування визначеного інтеграла.

3. Застосування визначеного інтеграла в економіці.

**Конспективний виклад питань:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Властивості визначеного інтеграла** | | |
| № | Властивість | Формула |
| 1 | При перестановці границь інтегрування знак інтеграла змінюється на зворотній | http://ua.convdocs.org/pars_docs/refs/8/7836/7836_html_1f579321.gif |
| 2 | Інтеграл з однаковими границями дорівнює нулю | http://ua.convdocs.org/pars_docs/refs/8/7836/7836_html_m55163b06.gif |
| 3 | Відрізок інтегрування можна розбивати на частини (див. *c*∈[*a*, *b*]) | http://ua.convdocs.org/pars_docs/refs/8/7836/7836_html_47024d0e.gif |
| 4 | Інтеграл від суми функцій дорівнює сумі інтегралів від функцій-доданків | http://ua.convdocs.org/pars_docs/refs/8/7836/7836_html_2eada136.gif |
| 5 | Постійний множник можна виносити за знак інтеграла | http://ua.convdocs.org/pars_docs/refs/8/7836/7836_html_m2be68e65.gif |

**Формула Ньютона-Лейбніца**  
  
              
  
            Будемо вважати, що нижня границя у визначеному інтегралі http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_50d20ecc.png зафіксована, а верхня http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_m532d7f9d.png буде змінюватися, тобто розглянемо інтеграл http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_7c347bdc.png (ми тут позначили змінну границю звичною для нас буквою http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_eb37e39.png). При постійному http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_eb37e39.png цей інтеграл буде функцією від http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_mbba7f17.png яку позначимо через http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_251efb95.png  
  
http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_400dd86e.png  
  
Теорема 1. Якщо http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_m56e902cf.pngнеперервна функція і http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_m85fce1a.png, то має місце рівність  
  
http://referat.znate.ru/pars_docs/tw_refs/3/2186/2186_html_m61da4ad4.png               
  
            Іншими словами, *похідна від інтеграла за верхньою межею дорівнює підінтегральній функції, в яку замість змінної інтегрування підставлено значення верхньої межі.*

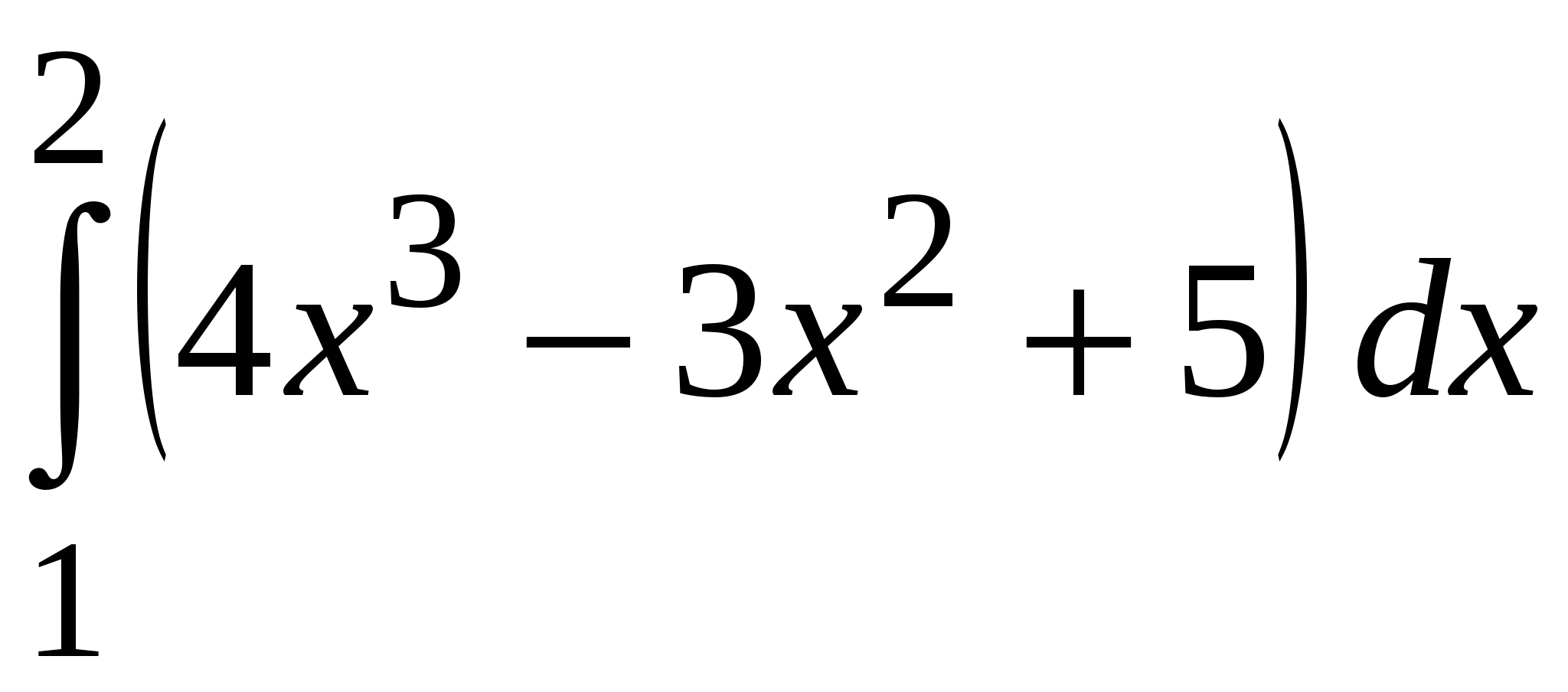
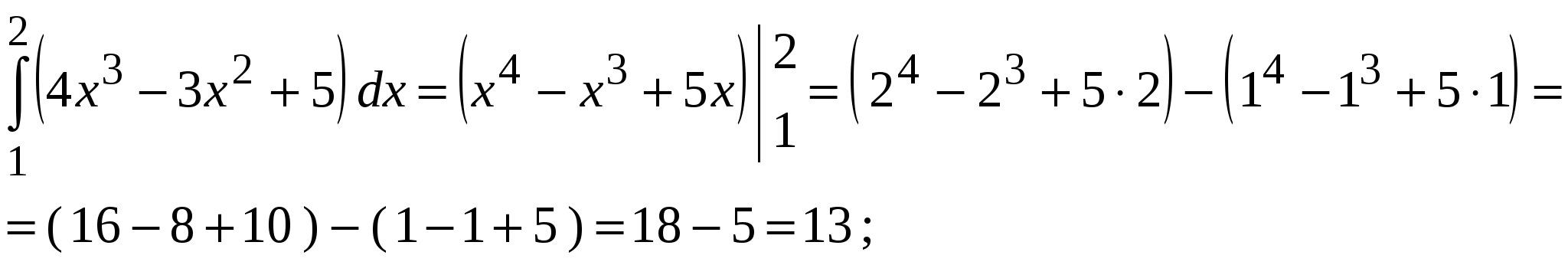
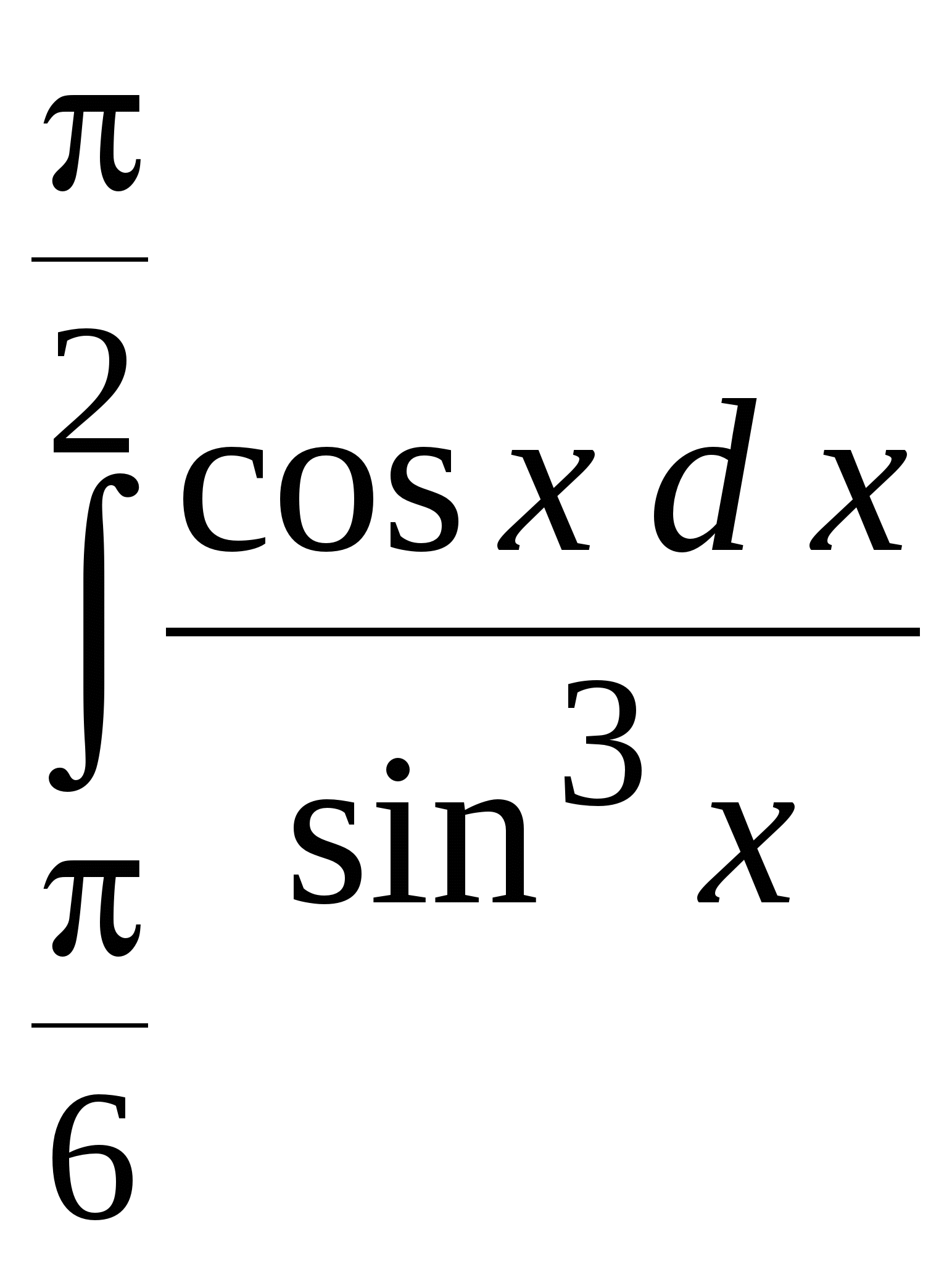
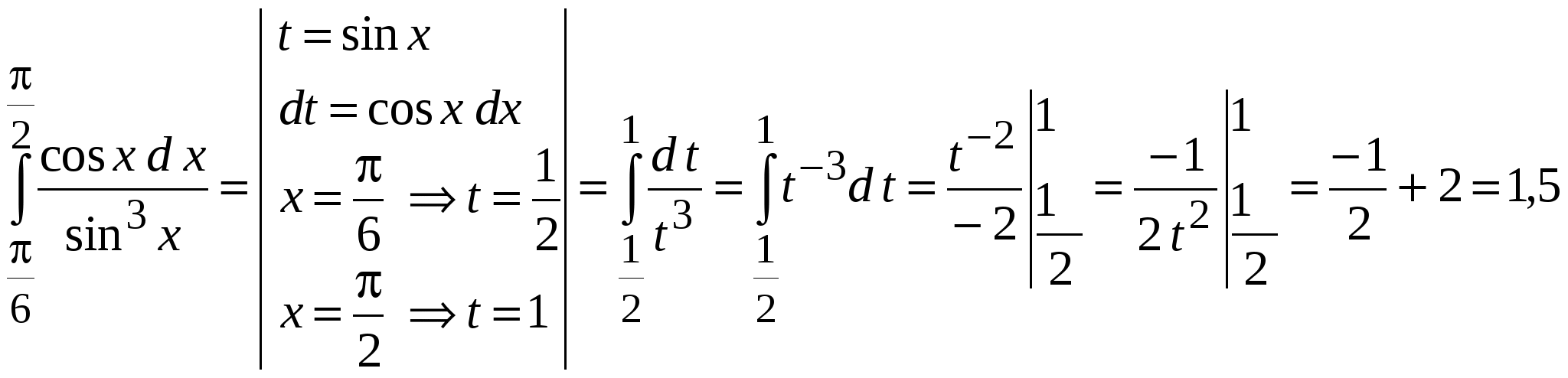
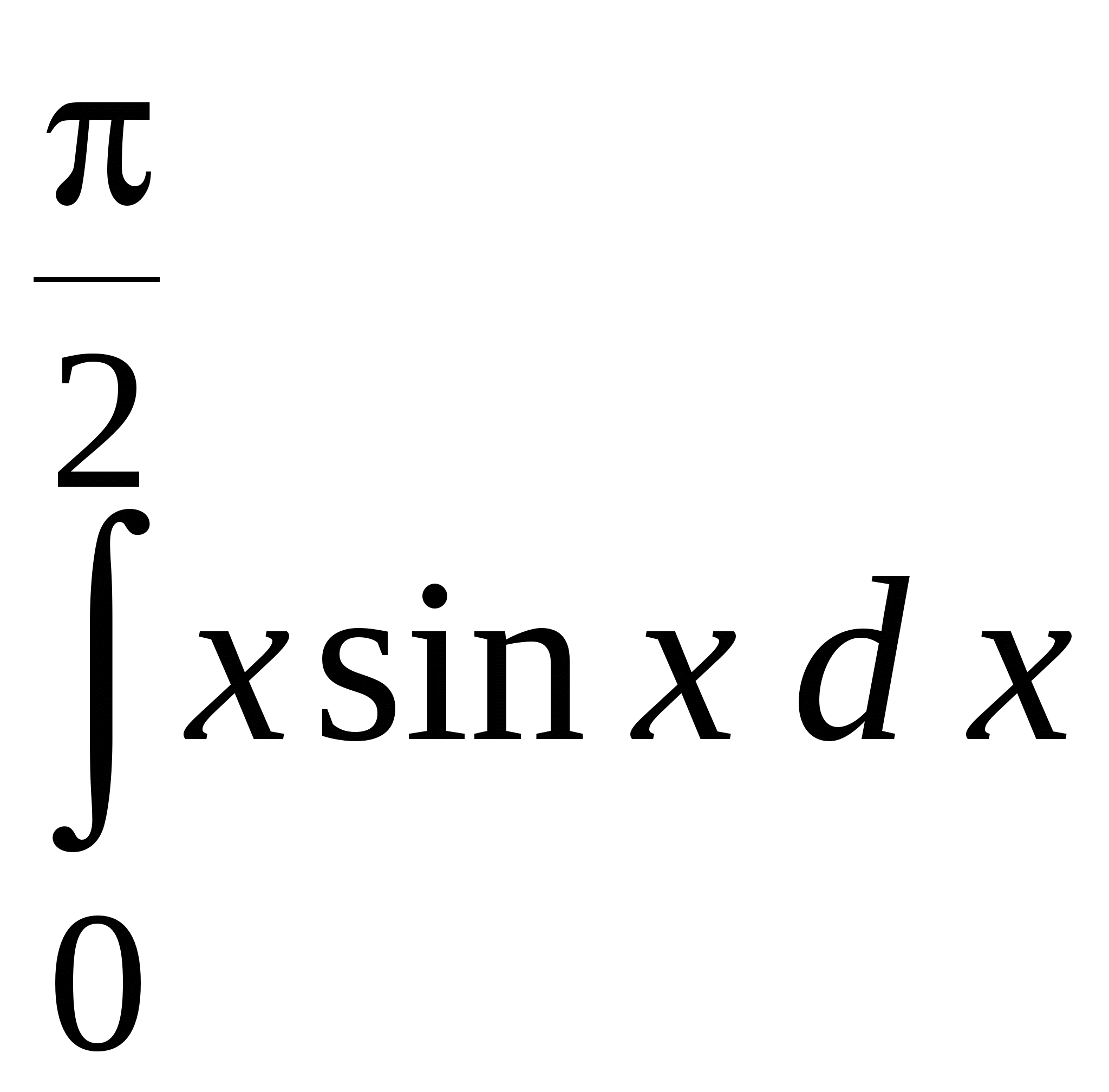
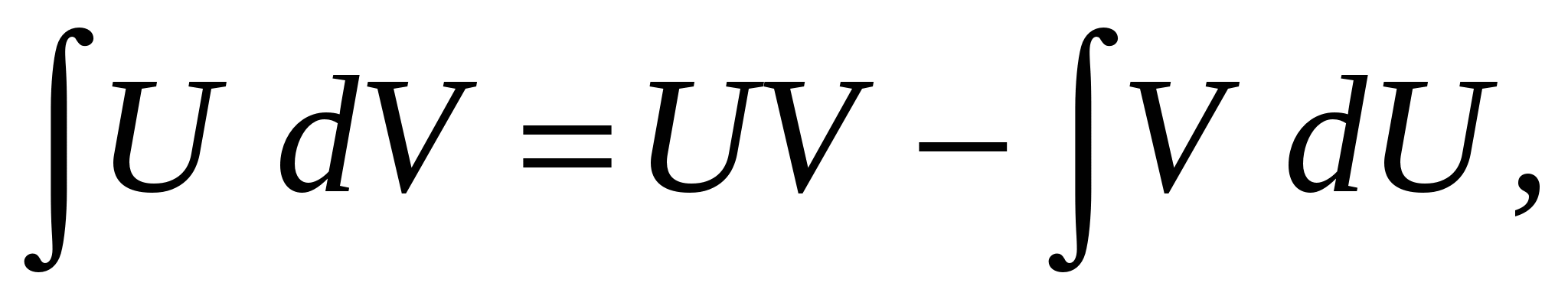
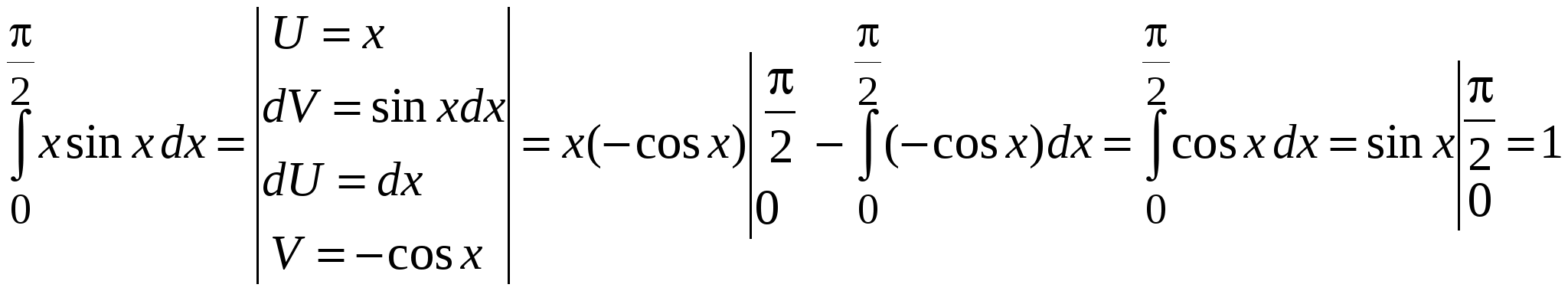
**Питання для самоконтролю:**

- Властивості визначеного інтеграла.

- Формула Ньютона-Лейбніца.

- Методи обчислення визначених інтегралів.

**Додаткові матеріали:**

*Приклад*. Обчислити інтеграли:  
  
1) .   
  
*Розв’язання.* Застосувавши формулу Ньютона – Лейбніца, одержимо:   
  
  
  
2) . *Розв’язання.* Зробимо заміну змінної, поклавши *t* = sin*x*.  
  
Тоді:  
  
*dt* = cos*x* *dx*; при *x* = π/6, *t* = sin (π/6) = 1/2; при *x* = π/2, *t* = sin (π/2) = 1. Отже,   
  
;  
  
3) . *Розв’язання.* Скористаємося формулою інтегрування частинами  поклавши *U* = *x*, *dV* = sin*x* *dx*.   
  
Тоді, з урахуванням рівності cos(π/2) = 0, послідовно знаходимо:  
  
.