**самостійна робота №**

**Тема:** Площі плоских фігур. Застосування визначених інтегралів для обчислення площ.

Мета: формування вмінь і навичок застосовувати інтеграл до обчислення площ плоских фігур. Повторення побудови графіків функцій.

Тривалість: 2 год

**Література:**

Основна:

пiдручник для студентiв вищих навчальних закладiв I-II рiвнiв акредитацii МАТЕМАТИКА О.М.Афанасьева, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Слiпкань

Допоміжна:

МАТЕМАТИКА В.Т.Лiсiчкiн,I.Л.Соловейчик пiдручник для техникумiв

**План:**

-Застосовувати визначений інтеграл для знаходження площі криволінійної трапеції

- Обирати правильну формулу для знаходження площі

- Обчислити площу плоскої фігури, обмеженої графіками функції

**Методичні рекомендації:**

1. обчислення визначених інтегралів за формулою Ньютона-Лейбніца,

методом заміни змінної та методом інтегрування за частинами.

2. знаходження площі криволінійної трапеції

3. обчислити площу плоскої фігури, обмеженої графіками функції

**Конспективний виклад питань:**



Якщо треба обчислити площу фігури,обмежену декількома лініями,то знаходять криволінійні трапеції,переріз або об’єднання яких є дана фігура,обчислюють площі кожної з них і знаходять різницю або суму площ цих криволінійних трапецій.

Розглянемо площу фігур зверху обмежену графіком функцій у = /(х), знизу - графіком функції у = f(х) та вертикальними прямими х = а і х = b, причому функції у = f(x) і у = g(х) - неперервні на [а;b] і для всіх значень х  [а;b] виконується нерівність f(x) ≥ g(x) Тоді площу S такої плоскої фігури можна знайти за формулою:





Приклад 1. Знайдіть площу фігур, обмежену графіками функцій у = соsх, у = -2 соs х та прямими x = 0 i x = π/6.

Розв’язання Маємо



Підінтегральний вираз можна спростити. Отримаємо





Приклад 2. Знайдіть площу фігури, обмежену графіками функцій у = х2- 2х і у = 4х + х.

Розв’язання. Знайдемо абсциси точок перетину графіків функцій: х2 - 2х = 4 + х; х2 - 3х - 4 = 0; x1 = -1; x2 = 4.

Ординати точок перетину y1 = 3; у2 = 8. Зображуємо графіки функційсхематично



Шукана площа



﻿

**Питання для самоконтролю:**

 -Застосовувати визначений інтеграл для знаходження площі криволінійної трапеції

- Обирати правильну формулу для знаходження площі

- Обчислити площу плоскої фігури, обмеженої графіками функції

**Додаткові матеріали:**

***Приклад 1.*** Обчислити площу фігури, обмеженої лініями *у =* sin *x, у*= 0,            π < *x <*2π.

***Розв'язання***

**Побудуємо фігуру, площу якої треба обчислити (рис. 107). На заданому проміжку функція *у =* sin *x*  0. Тому обчислення площі цієї фігури замінимо об­численням площі криволінійної трапеції, симетричної даній фі­гурі відносно осі абсцис, тобто обмеженої графіком функції *у = - sin x* і віссю абсцис.

= 1 + 1 = 2.

*Відповідь:* 2.

***Приклад 2.*** Обчисліть площу фігури, обмеженої лініями: *у* = *x2*і *у* = *-x + 2.*

*Розв'язання*

Зобразимо схематично графіки даних функцій (рис. 108). Бачимо, що шукана площа є різницею площ двох криволі­нійних трапецій:

S = S*ABCD*–*SABOCD.*

З рисунка видно, що межі інтегруван­ня для обох трапецій одні і ті самі, це абсциси спільних точок графіків даних функцій. Для знаходження меж інтегру­вання розв'яжемо рівняння:

*x*2 = *-x +* 2; *x2 + x - 2* =0; *x1* = -2, *x2* = 1.

Знайдемо шукану площу:

   = 1,5 + 6 – 3 = 4,5.

*Відповідь:* 4,5.

***Приклад 3.*** Знайдіть площу фігури, обмеженої параболами *у = х2*і *у = 2х - х2* та віссю *ОХ.*

***Розв'язання***

Побудуємо графіки функцій *у* = *х2і у* = *2х - х2* і знайдемо абсциси то­чок перетину цих графіків із рівнян­ня: *х*2 = 2*х* – *х*2. Корені цього рівнян­ня *х*1*=* 0, *х*2 = 1. Дана фігура зобра­жена на рис. 109.

Із рисунка видно, що ця фігура складається з двох криволінійних трапецій: *ОАВ* і *ВАС.*

Отже, шукана площа дорівнює сумі площ цих трапецій:

*Відповідь: 1.*