**самостійна робота №**

**Тема:** Перетворення суми і різниці тригонометричних функцій у їх добуток та навпаки.

Мета: засвоєння формул перетворення суми й різниці тригонометричних функцій на добуток і навпаки. Формувати уміння застосовувати їх при розв’язуванні вправ;

Тривалість: 2 год

**Література:**

Основна:

пiдручник для студентiв вищих навчальних закладiв I-II рiвнiв акредитацii МАТЕМАТИКА О.М.Афанасьева, Я.С.Бродський, О.Л.Павлов, А.К.Слiпкань

Допоміжна:

МАТЕМАТИКА В.Т.Лiсiчкiн,I.Л.Соловейчик пiдручник для техникумiв

**План:**

Сума синусів двох кутів.

Різниця синусів двох кутів.

Сума косинусів двох кутів.

Різниця косинусів двох кутів.

Сума тангенсів двох кутів.

Різниця тангенсів двох кутів.

Перетворення добутку тригонометричних функцій у суму.

**Методичні рекомендації:**

повторити формули додавання,

відпрацювати знаходження суми синусів та різниці синусів двох кутів.

косинусів двох кутів.

**Конспективний виклад питань:**

1. Виведемо формулу перетворення суми синусів в добуток.

Позначимо https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image078.png,  https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image080.png, тоді α + β = *x*, α – β = *y*, і тому

1) sin *х* + sin *y* = sin(α + β) + sin(α - β) = sin α · соs β + соs α · sіnβ + sin α · cоs β –   – cos α · sіn β = 2sіn α  · соs β = 2sіn https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image082.pngсоs https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image084.png. Отже, сума синусів дорівнює подвоєному добутку синуса півсуми на косинус піврізниці.

Для суми косинусів маємо:

2) соs *х* + соs *у* = соs(α + β) + соs(α – β) = соs α  соs β – sіn α sin β + соs α  соs β + + sіn α  sіn β = 2 соs α соs β = 2*соs*https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image082.pngсоs https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image084.png. Отже, сума косинусів дорівнює подвоєному добутку косинуса півсуми на косинус піврізниці.

Для різниці косинусів маємо:

3) соs *х* – соs *у* = соs(α + β) – соs(α – β) = соs α соs β - sіn α sin β – соs α соs β –    – sіn α sіn β = – 2 sin α sin β = 2*sin*https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image082.pngsin https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image084.pngОтже, різниця косинусів дорівнює числу, протилежному подвоєному добутку синуса півсуми на синус піврізниці.

4) sin *х* – sin *y* = sin *х* + sin(-*y*) = 2 sinhttps://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image084.pngсоs https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image082.png.  Отже, різниця синусів дорівнює подвоєному добутку синуса пів­різниці на косинус півсуми.

2. Для одержання формул перетворення добутку у суму випи­шемо підряд чотири формули:

sin(*x* + *у) =* sin *x* cos *у + cos x* sin *у*;                                    (1)

sin(*x* – *у) =* sin *x* cos *у – cos x* sin *у*;                                     (2)

cos(*x* + *у) =* cos *x* cos *у – sin x* sin *у*;                                    (3)

cos(*x –* *у) =* cos *x* cos *у + sin x* sin *у.*                                    (4)

Віднявши почленно із рівності (4) рівність (3), одержимо:

cos(*x* – *у) – cos(x + у)* = 2 sin *x* sin *у*

або

sin *x* sin *у = https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image088.png* (cos(*х* – *у) –* cos(*x* + *y*))

*Добуток синусів двох чисел* дорівнює піврізниці косинуса різниці і косинуса суми цих чисел.

Додавши почленно рівності (4) і (3), маємо:

соs(*x* – *у) + соs(х* + *у)* = 2 соs *х* соs *у*

або

cos *x* cos *у = https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image088.png* (cos(*x* – *у) + cos(х + у))*

*Добуток косинусів двох чисел* дорівнює півсумі косинуса різниці і косинуса суми цих чисел.

Додавши почленно рівності (1) і (2), одержимо

sin(*x* – *у) + sin(х + у)* = 2 sin *x* cos *у*

або

sin *x* cos *у* = *https://fizmat.7mile.net/algebra-10/15-formuly-sumy-riznytsi-odnoimennykh-tryhonometrychnykh-funktsii.files/image088.png* (sin(*x* – *у) +* sin(*x* + *у*))

*Добуток синуса одного числа на косинус другого числа* дорівнює півсумі синуса різниці і синуса суми цих чисел.

**Питання для самоконтролю:**

Сума синусів двох кутів.

Різниця синусів двох кутів.

Сума косинусів двох кутів.

Різниця косинусів двох кутів.

Сума тангенсів двох кутів.

Різниця тангенсів двох кутів.

Перетворення добутку тригонометричних функцій у суму.

**Додаткові матеріали:**

Сума тангенсів двох кутів.

Для того щоб обґрунтувати формули перетворення суми (різниці) тангенсів, достатньо використати означення тангенса і формули додавання:   
  
http://www.nauch.com.ua/pars_docs/refs/88/87996/87996_html_m5c31f556.gif  
  
Отже,  
  
http://www.nauch.com.ua/pars_docs/refs/88/87996/87996_html_m51fd277b.gif 

**Формули перетворення добутку функцій**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| sin α · sin β = | 1 | (cos(α - β) - cos(α + β)) |
| 2 |
| sin α · cos β = | 1 | (sin(α + β) + sin(α - β)) |
| 2 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| cos α · cos β = | 1 | (cos(α + β) + cos(α - β)) |
| 2 |

**Універсальна тригонометрична підстановка**

|  |  |
| --- | --- |
| sin α = | 2 tg (α/2) |
| 1 + tg2 (α/2) |
| cos α = | 1 - tg2 (α/2) |
| 1 + tg2 (α/2) |

|  |  |
| --- | --- |
| tg α = | 2 tg (α/2) |
| 1 - tg2 (α/2) |
| ctg α = | 1 - tg2 (α/2) |
| 2 tg (α/2) |